

XII. Kosmologie

Beobachtungsbefunde:

- Der Nachthimmel ist dunkel („Olbers'sches Paradoxon“)
 - Widerspruch zur Annahme eines homogenen, statischen, unendlichen euklidischen Alls
- Nebelflucht (Hubble, 1929)
 - Rotverschiebung der Linien in Spektren von Galaxien und Quasaren
 - $z := \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$

Interpretation der Rotverschiebung als Doppler-Effekt: $z \rightarrow v$

Hubble fand lineare Korrelation von v mit Entfernung d

$$\text{Hubble-Gesetz: } v = H_0 d$$

mit der Hubble-Konstanten H_0

Wert laut Hubble: $530 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$ (völlig falsch!)

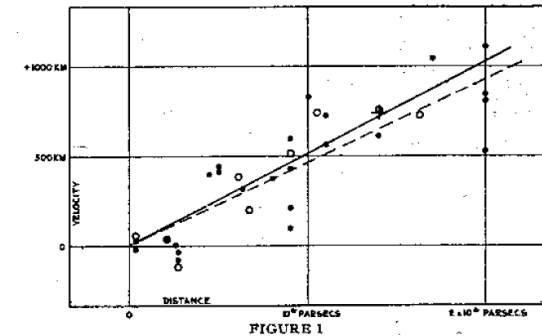
Heute plausibelster

Wert: $70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$

$$\rightarrow H_0^{-1} = 14 \text{ Gyr}$$

Abb.: Original-Diagramm Hubble (1929)

Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.



- Korrelation mit der Entfernung

Hauptmethode: „Standardkerzen“

- Cepheiden
- Planetarische Nebel
- Supernovae Ia
- Galaxien gleichen Typs, Quasare *

Direkte Konsequenzen des Hubble-Gesetzes

(und dem „kosmologischen Prinzip“, dass wir keine ausgezeichnete Position einnehmen).

- das Weltall expandiert
- Weltalter: bei konstanter Expansionsgeschwindigkeit:

$$\text{„Hubble-Zeit“ } \tau_0 = \frac{1}{H_0} \approx 14 \text{ Gyr}$$

Das tatsächliche Weltalter („Friedmann-Zeit“) ist je nach Weltmodell u. U. von τ_0 verschieden

- es existiert ein Horizont bei $v=c$ ($z \rightarrow \infty$), entsprechend etwa $d_H \approx 4000 \text{ Mpc}$

Weltmodelle

Allg. Relativitätstheorie:

Feldgleichungen:

$$G = 8\pi T$$

G, T = symmetrische 4x4 - Tensoren (d.h. 10 Gl.)

oder - mit Erfindung der "kosmologischen Konstante" -

$$G + \Lambda g = 8\pi T$$

oder

$$G = 8\pi (T + T^{\text{VACUUM}})$$

von Einstein wieder verworfen,

heute wieder favorisiert!!

(T = Materie-Energie-Tensor)

• Lösung der Feldgleichungen

mit einer gravitierenden Punktmasse M

(K. Schwarzschild, 1916 in Potsdam)

Kugelkoordinaten r, ϑ, φ

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{R_s}{r}} + r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 - \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) c^2 dt^2$$

mit dem "Schwarzschild-Radius"

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

- radiale Strecken sind verkürzt
- Zeit ist verlangsamt
- Volumen einer Kugel mit Radius R ist kleiner als $\frac{4\pi}{3} R^3$

mit G verknüpft: der "metrische Tensor" g

Linienelement: $ds^2 = \sum_i \sum_k g_{ik} dx_i dx_k$

• z.B. Euklidischer 3D-Raum:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

spezielle Relativitätstheorie:

4. Koordinate ist

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 t^2$$

Diese Metrik entspricht einem
"gekrümmten Raum"analog zu einer gekrümmten Fläche
im 2D-Fall:

Ebene : Krümmung 0

Kugel : Krümmung positiv

Sattelfläche : Krümmung negativ

- Lösung der Feldgleichungen für eine homogene Dichte ρ (Robertson & Walker)

$$ds^2 = R^2(t) \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{(1 + \frac{k}{4} r^2)^2} - c^2 dt^2$$

mit x, y, z = "mitbewegte" Koordinaten; $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$
 t = "kosmische Zeit"
 $k = -1, 0$ oder $+1$ für hyperbolische, euklidische oder sphärische Krümmung

wenn $k \neq 0$: $R(t)$ = "kosmische Krümmungsradius"

$R(t)$ hat die Wirkung eines zeitabhängigen Skalenfaktors:

Abstand zwischen zwei Punkten zu Zeiten t, t_0 :

$$\frac{D(t)}{D(t_0)} = \frac{R(t)}{R(t_0)}$$

Für die Robertson-Walker-Metrik vereinfachen sich die ART-Feldgleichungen zu zwei Differentialgleichungen für $R(t)$, den

Friedmann-Lemaître-Gleichungen

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 + 2 \frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{kc^2}{R^2} - \frac{8\pi G}{c^2} \rho + c^2 \Lambda$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = -\frac{kc^2}{R^2} + \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{c^2}{3} \Lambda$$

⇒ Geschwindigkeit:

$$v = \dot{D} = \dot{R} \frac{D(t_0)}{R(t_0)} = \dot{R}(t) \frac{D(t)}{R(t)}$$

$$v = \underbrace{\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}}_{H(t)} \cdot D(t) \quad \text{≙ Hubble's Law!}$$

$R, \dot{R}, \ddot{R}, \rho, p, \Lambda$ = Funktionen von t

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt}, \quad \ddot{R} = \frac{d^2 R}{dt^2}$$

Druck-Term (p = Druck) ist im Materie-Kosmos vernachlässigbar.

$\Lambda > 0$ entspricht einer abstoßenden Kraft

Vereinfachende Definitionen

(erst einmal für $\Lambda = 0$):

• Die "kritische Dichte"

$$\rho_c(t) = \frac{3 H(t)^2}{8\pi G}$$

mit dem "Hubble-Parameter" $H(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$

- dimensionloser Dichte-Parameter

$$\Omega(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)}$$

- Beschleunigungs- oder Abbremsparameter

$$q = -\frac{\ddot{R}}{H^2 R} = -\frac{R \ddot{R}}{(\dot{R})^2}$$

- Der Einstein - de Sitter - Kosmos

= spezielle Lösung der Friedmann-Lemaître-Gl.
für $k=0$ (d.h. $\Omega=1$)

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c$$

Materieerhaltung: $R^3 \rho_c = \text{constant}$

$$\rightarrow \frac{\dot{R}(t)^2}{R(t)} = \frac{\text{const.}}{R(t)}$$

$$\left(\text{Konstante aus } \frac{8\pi G \rho_0}{3} = H_0^2 \right)$$

Einsetzen der Definitionen in die
Friedmann-Lemaître-Gleichungen:

$$H^2 - 2H^2 q = -\frac{kc^2}{R^2}$$

$$H^2 = -\frac{kc^2}{R^2} + H^2 \Omega$$

$$\text{Vergleich: } \Rightarrow \underline{2q = \Omega}$$

$$\text{Man beachte: } \Omega - 1 = k \frac{c^2}{H^2 R^2},$$

d.h. $\Omega - 1$ entscheidet über den

Krümmungstyp, d.h. ob $k = -1, 0$ oder $+1$ ist!

$$\underline{\underline{\text{Lösung: } R(t) = R(t_0) \cdot \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{2/3}}}$$

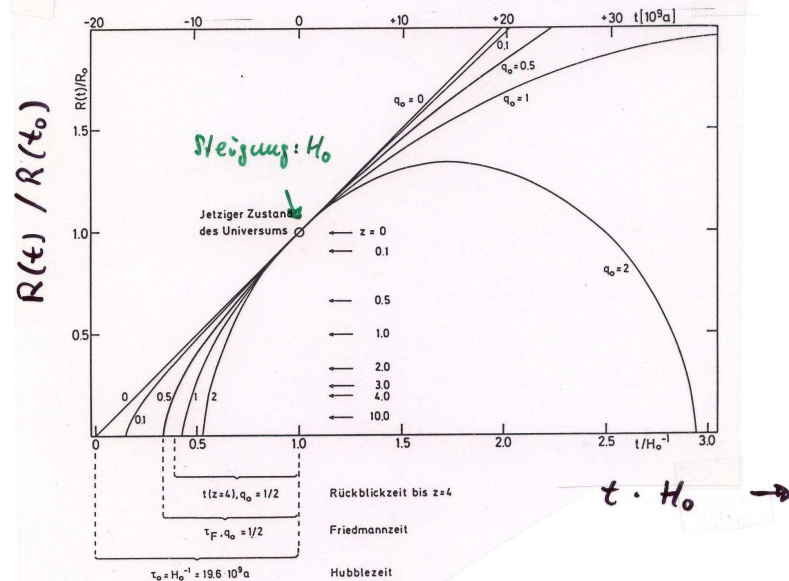
$$\text{Probe: } \dot{R}(t) = R_0 \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{-1/3} \cdot \frac{3}{2} H_0$$

$$\rightarrow \dot{R}^2 = R_0^2 \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{-2/3} \left(\frac{3}{2} H_0\right)^2$$

$$\stackrel{?}{=} \frac{\text{const.}}{R_0} \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{-2/3}$$

$$R_0^3 \left(\frac{3}{2} H_0\right)^2 \stackrel{!}{=} \text{const.}$$

Weltmodelle für verschiedene q_0 ($\Lambda \equiv 0$)



12-17
XII. 9

Zeitliche Entwicklung von $\Omega(t)$

2. Friedmann-Lemaître-Gl.:

$$H^2 - \frac{8\pi G}{3} \rho = -\frac{kc^2}{R^2}$$

mit $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \rightarrow \frac{kc^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} (\rho - \rho_c)$

wg. Materieerhaltung ist $\rho \sim R^{-3}$
(im 'Strahlungsstadium': $\rho \sim R^{-4}$)

also ist $\text{const.} = R^2 \cdot R^{-3} \left(\frac{\rho}{\rho_c} - 1 \right)$

$\rightarrow \Omega(t) - 1 \propto R(t)$ (bzw. $R^2(t)$)

Also: $\Omega(t)$ entwickelt sich "von 1 weg",
es sei denn $\Omega(t) \equiv 1$

Ein Wert von z.B. $\Omega(t_0) \approx 0.1$
ist demnach extrem unwahrscheinlich.

$\rightarrow$ Theoretischer Vorliebe für $\Omega \equiv 1$

XII. 11

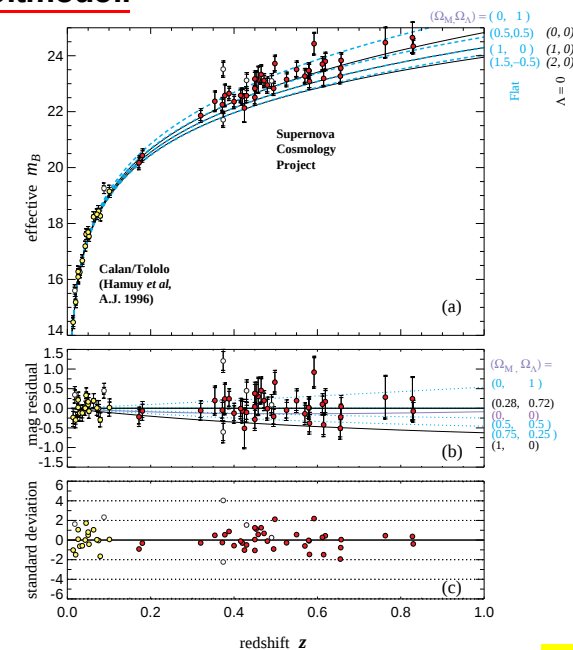
12-19

12-18

Verzögerung q	Krümmung k	Dichte Ω	$R(t)$
$< \frac{1}{2}$	-1	< 1	wachsend
$\frac{1}{2}$	0	1	wachsend
$> \frac{1}{2}$	+1	> 1	mit Maximum

Probleme mit dem Weltmodell

- Nur mit baryonischer und dunkler Materie ist $\Omega < 1$, aber nicht $\ll 1$ (unwahrscheinlich!)
- Weltalter erscheint zu klein für die ältesten Sterne
- Vermessung des Hubble-Gesetzes mit Hilfe von SN Ia passt besser zu einem Modell mit kosmologischem Lambda (Λ) (Nobelpreis 2011 für Perlmutter, Schmidt & Riess)

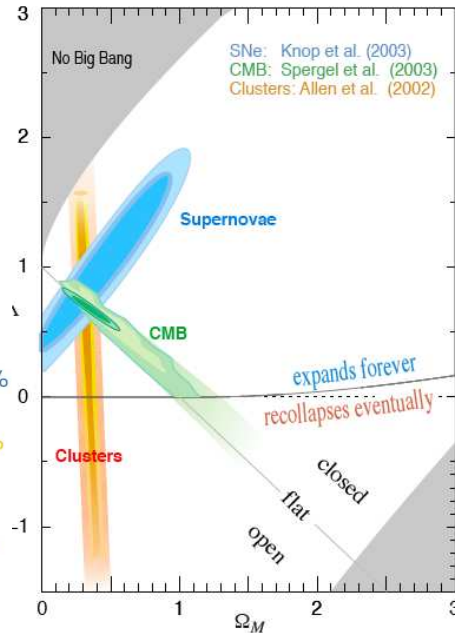
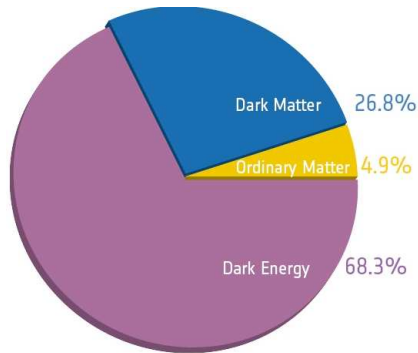


12-20

Das heutige concordance model der Kosmologie

12-21

- Das Universum ist *flach* ($k=0$, $\Omega=1$)
- Hauptanteil kommt von der *Dunklen Energie*

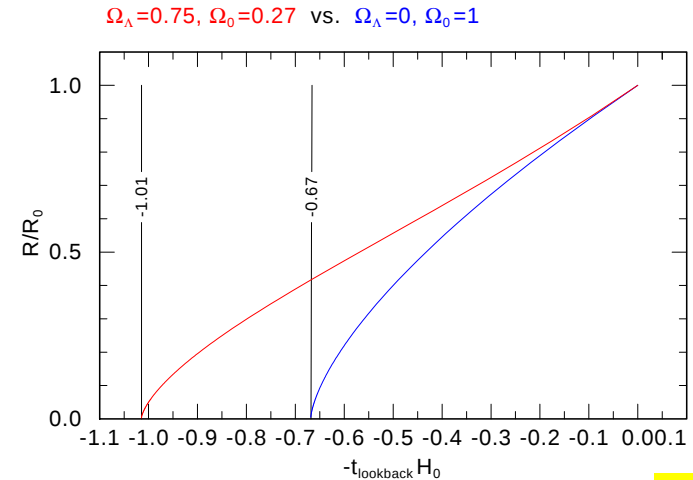


Das Λ CDM-Modell

12-23

- Expansion wird durch *Dunkle Energie* beschleunigt - warum ausgerechnet zu unseren Lebzeiten? $\rightarrow$ unwahrscheinlich!
- Was ist Dunkle Materie? Was ist Dunkle Energie??

Durch Λ gelöst:
Weltalter
(Friedmann-Zeit)
nun ca. Hubble-
Zeit (H_0^{-1}) $\rightarrow$
ausreichend



- Friedmann - Lemaitre - Gleichungen
für $\Lambda \neq 0$, jedoch $k=0$ ("flach")

12-22

$$H^2 - 2H^2q = c^2\Lambda \quad (1)$$

$$H^2 = H^2\Omega_M + \frac{c^2}{3}\Lambda \quad (2)$$

$\uparrow$ bis heute Dichte-Parameter

Definition: $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$

$$(2) \rightarrow 1 = \Omega_M + \Omega_\Lambda$$

vergleiche: ohne Λ mit $k=0 \Leftrightarrow \Omega_M = 1$!

$$(1) \rightarrow 1 - 2q = 3\Omega_\Lambda$$

(1) und (2) zusammen:

$$q = \frac{\Omega_M}{2} - \Omega_\Lambda$$

Der Frühe Kosmos

12-24

- Heutiger Zustand:

• Materiedichte $g_M \approx 0.2 g_c \approx 10^{-30} \text{ g/cm}^3$

$$g_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 10^{-29} \text{ g/cm}^3 \approx 6 \cdot 10^{-6} \frac{m_H}{\text{cm}^3}$$

(d.h. 6 Protonen pro m^3)

- Strahlungsdichte (3 K - Hintergrundstrahlung)

Energiedichte = $a \cdot T^4$ $\leftarrow$ Stefan-Boltzmann-K.

mit $T = 2.7 \text{ K}$ und $a = \frac{4\sigma_{SB}}{c} = 7.57 \cdot 10^{-15} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{ K}^4}$

mit $E = mc^2$ in Massendichte umgerechnet:

$$g_r = \frac{a}{c^2} T^4 = 5 \cdot 10^{-34} \text{ g/cm}^3 \approx g_M / 2000$$

Heute: $\rho_M \gg \rho_R$: Materie kosmos

jedoch: Anzahldichte der Photonen:

$$n_\gamma = \frac{a T^4}{\langle h\nu \rangle} \approx 400 \text{ cm}^{-3}$$

mit $\langle h\nu \rangle = 2.7 kT$ ← mittlere Energie pro Photon in ρ_γ

vergleiche mit $n_H \approx 10^{-6} \text{ cm}^{-3}$

$$n_\gamma \approx 10^8 \cdot n_H$$

Es gibt 10^8 mal mehr Photonen als Atome!

Vor dem Zeitpunkt t_s , als

als $R(t_s) < R(t_0)/2000$,

war $\rho_\gamma > \rho_M$: Strahlungskosmos

Planck-Temperatur bei t_s :

$$T_s = 2.7 \text{ K} \cdot 2000 \approx 5000 \text{ K}$$

- Was passiert bei der kosmischen Expansion?

- Anzahldichten n_H, n_γ skalieren mit Volumen.

$$n_H \propto R^{-3}(t), \quad \rho_M \propto R^{-3}(t)$$

$$n_\gamma \propto R^{-3}(t) \quad \text{Verhältnis bleibt gleich!}$$

- Photonen ändern die Wellenlänge (Frequenz)

$$\text{nach } \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = z \quad \text{oder} \quad 1+z = \frac{\lambda_s}{\lambda_0} = \frac{R(t_0)}{R(t_s)}$$

Planck-Feld bleibt Planck-Feld:

$$\text{Zeit } t_0: \rho_\gamma(T_0) = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4 T_0^4}{c^3} \left[\exp\left\{\frac{h\nu_0}{kT_0}\right\} - 1 \right]^{-1}$$

$$\text{Zeit } t_s: \rho_\gamma(T_s) = (1+z)^3 \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4 T_s^4}{c^3} \left[\exp\left\{\frac{h\nu_s}{kT_s}\right\} - 1 \right]^{-1}$$

$$\Rightarrow T_s = (1+z) T_0 \quad \text{gleich, wenn } \frac{\nu_0}{T_0} = \frac{\nu_s}{T_s}$$

$$\text{oder: } T \propto R^{-1}(t)$$

$\Rightarrow$ Energiedichte skaliert mit $R^{-4}(t)$

XII. 16

Teilchendichte bei $z = 2000$

$$(2001)^3 \cdot n_{H,0} \approx 10^4 \text{ Atome/cm}^3$$

vergleichbar mit Planetarischen Nebel, ...

Etwa zur gleichen Zeit ($z \approx 1000$):

- Rekombination $\text{H II} \rightarrow \text{H I}$
- dadurch drastisch weniger Opazität

$\Rightarrow$ Kosmos wird "durchsichtig"

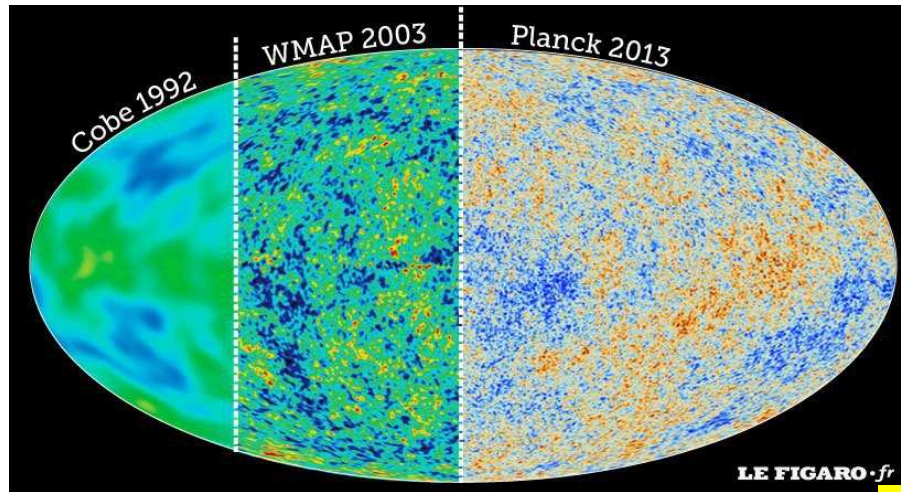
Entkopplung von Strahlung und Materie

Der kosmische Mikrowellen-Hintergrund

12-29

Cosmic Microwave Background (CMB), 3K-Hintergrundstrahlung

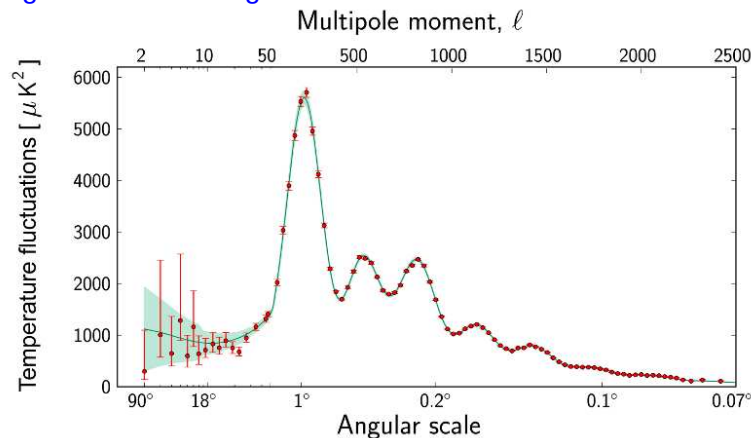
- Vorhergesagt von Gamov, zufällig entdeckt von Penzias & Wilson 1965 (Nobelpreis 1978)
- Vermessung mit speziellen Satelliten (Cobe, WMAP, Planck)



Kosmischer Mikrowellen-Hintergrund (Forts.)

12-30

- Isotrop in genau einem ausgezeichneten Bezugssystem (!!)
- Sehr genaues Schwarzkörper-Feld von 2.725 Kelvin (nach Abzug von Vordergrundquellen: Milchstraße)
- Räumliche Fluktuationen von nur $\pm 10^{-5}$ K $\rightarrow$ akustische (!) Wellen
- Analyse $\rightarrow$ genaue kosmologische Parameter



Der Strahlungskosmos

12-31

Friedmann - Lemaitre: für $\Lambda=0$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = -\frac{kc^2}{R^2} + \frac{8\pi G}{3} \rho$$

$\swarrow \quad \searrow \quad \uparrow$
 wegen $\rho \sim R^{-4}$ $\quad \quad \quad = \frac{\alpha}{c^2} T^4$
 oder, sonst $k=0$

also: $\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \alpha}{3c^2} T^4$

man war $T = R^{-1} \cdot \text{const.}$

Kettenregel: $\dot{T} = -R^{-2} \dot{R} \cdot \text{const.}$

Division: $\frac{\dot{T}}{T} = -\frac{\dot{R}}{R}$

$$\rightarrow \left(\frac{\dot{T}}{T}\right)^2 = \frac{8\pi G \alpha}{3c^2} T^4$$

$$\dot{T} = \left(\frac{8\pi G \alpha}{3c^2}\right)^{\frac{1}{2}} T^2$$

$$T^{-2} dT = \left(\dots\right)^{\frac{1}{2}} dt$$

integrieren:

$$-2 T^{-1} = \left(\frac{8\pi G \alpha}{3c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot t$$

$$T(t) = \underbrace{\left(\frac{3c^2}{32\pi G \alpha}\right)^{\frac{1}{2}}}_{1.5 \cdot 10^{10} \text{ K} \cdot \text{s}^{\frac{1}{2}}} \cdot t^{-\frac{1}{2}}$$

- Wann war $T \approx 5000 \text{ K}$ (Ende des Strahlungsdominanz)?

$$t_s = \left(\frac{1.5 \cdot 10^{10}}{5000} \right)^2 s = 9 \cdot 10^{12} s = \underline{3 \cdot 10^5 a}$$

d.h. $\approx 300\,000$ Jahre nach dem Urknall

Beachte: aus wenig Annahmen $\rightarrow R(t), T(t)$:

$$T(t) \propto t^{-1/2}, \quad T(t) \propto R^{-1}(t)$$

$$\text{also } R(t) \propto t^{1/2}$$

Die primordiale Nukleosynthese

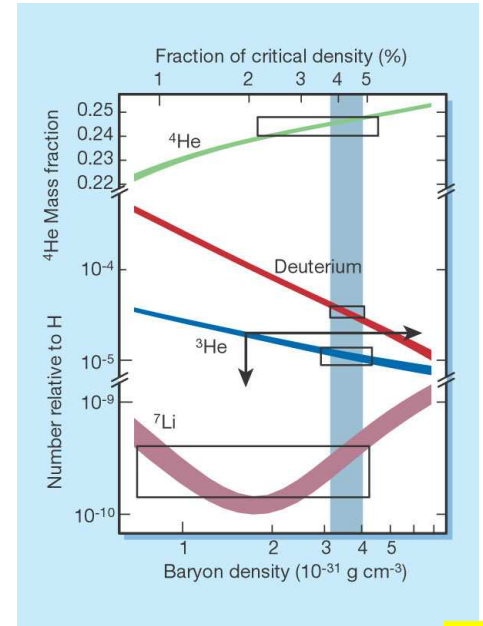
Leptonen-Ära: Protonen und Neutronen im Gleichgewicht;

$$(m_{\text{Neutron}} - m_{\text{Proton}}) c^2 = 1.3 \text{ MeV}$$

Danach: Nukleosynthese (2s ... 1h, Maximum bei 200s)

- Zerfall der freien Neutronen
- Einfang von freien Neutronen $\rightarrow {}^2\text{H}, {}^3\text{He}, {}^4\text{He}, {}^7\text{Li} \dots$
- Einfangsraten hängen von Dichte ab!
- Konkurrenz dieser Prozesse: Je höher Ω , desto mehr Neutronen werden vor ihrem Zerfall "verwertet"

Vergleich mit Beobachtung: $\Omega \approx 0.05$



Primordiale Nukleosynthese

Notation: Temperaturen als Energie-Äquivalent

$$E = kT$$

Damit wird $T(t)$ in Strahlungsdominanz zu

$$E(t) = k \cdot \left(\frac{3c^2}{32\pi^6 a} \right)^{1/4} t^{-1/2}$$

$$E(t) = 1.3 \text{ MeV} \cdot \left(\frac{t}{1s} \right)^{-1/2}$$

- Paar-Erzeugung von Elektron/Positron

$$E = kT \geq 1 \text{ MeV}$$

$$t \leq 2s$$

$$T \geq 10^{10} \text{ K}$$

„Leptonen-Ära“

- Am Ende der Leptonen-Ära: $E(t) = 1.3 \text{ MeV}$
 - Verstrahlen der (meisten) Elektron-Positron-Paare
 - Abkoppeln des Neutrino-Hintergrundes
 - Bis heute: Abkühlung auf $\approx 2 \text{ K}$
 - Falls Ruhemasse $m_\nu \neq 0$: $v_\nu \ll c$
 $\Rightarrow$ „Cold Dark Matter“, im Gravitations-Potential von Galaxien gefangen
 - Falls $m_\nu \approx 100 \text{ eV} \rightarrow \Omega = 1$,
jedoch experimentell $m_\nu \neq 0$, aber $\ll 100 \text{ eV}$

Der Hochenergie Kosmos

Bei $E \geq 2 m_p c^2 \approx 2 \text{ GeV}$
 $T \geq 10^{13} \text{ K}$
 $t \leq 10^{-6} \text{ s}$

} Hadronen-Ära

Gleichgewicht aus Quarks, Antiquarks...

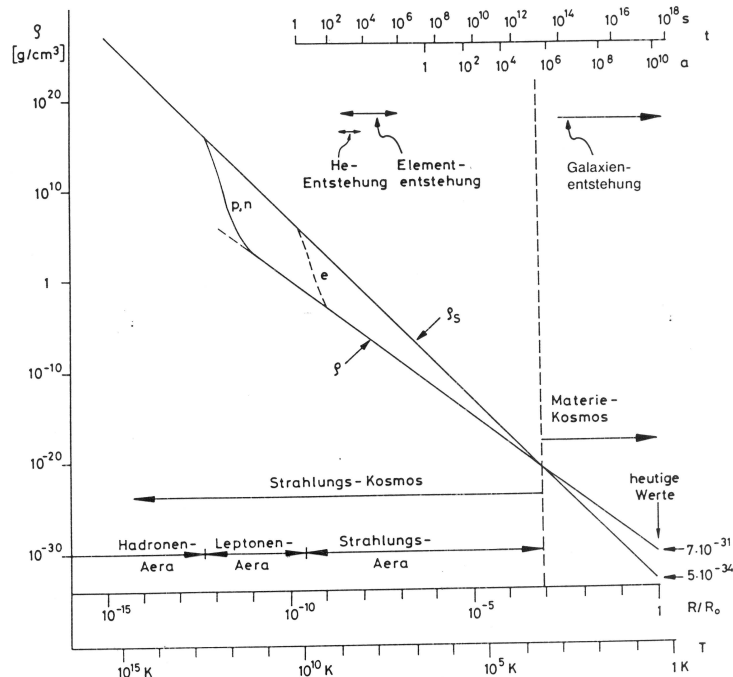
Am Ende: Zerstreuung von Materie/Antimaterie
 ("Paar - Vernichtungsschlacht")

Asymmetrie: 10^{-9} Überdampf von
 Materie-Quarks (kombinieren zu Hadronen)
 $\rightarrow$ auf 10^9 Photonen 1 Hadron

- Vor $t \approx 10^{-10} \text{ s}$ ($E \geq 10^3 \text{ GeV}$):
 Vereinigung von elektromagnetischer
 und schwacher Wechselwirkung
 Austauschteilchen: $W^\pm$ -Bosonen, Z^0 -Boson
 (experimentell bestätigt)

- Vor $E \geq 10^{14} \text{ GeV}$
 $T \geq 10^{27} \text{ K}$
 $t \leq 10^{-35} \text{ s}$
- } GUT - Ära

Grand Unification Theory
 = Vereinigung der starken mit der
 elektro-schwachen Wechselwirkung



Austauschteilchen: X-Bosonen
 vorhergesagt: $m_X c^2 \approx 10^{14} \text{ GeV}$

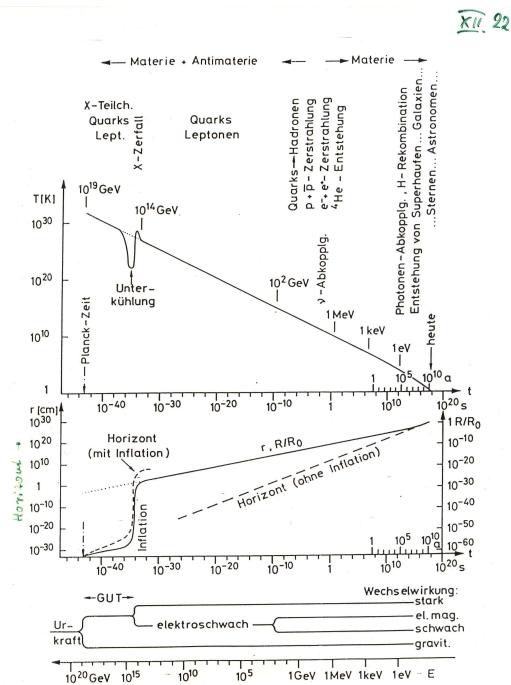
$$m_X \approx 10^{14} m_H$$

im Beschleuniger nicht erreichbar

- Vor $E \geq 10^{19} \text{ GeV}$ $\approx 10^{-5} \text{ Gramm}$
 $T \geq 10^{32} \text{ K}$

$$t \approx 10^{-43} \text{ s} \quad (\text{"Planck-Zeit", } \left(\frac{G \hbar}{c^5}\right)^{1/2})$$

Fehlende Theorie ("TOE" = Theory of Everything)
 Vereinigung aller Wechselwirkungen inkl. Gravitation.



XII. 22

Idee: Bei der GUT - Symmetriebrechung (bei $T \approx 10^{29} \text{ K}$, $t \approx 10^{-35} \text{ s}$): verzögerter "Phasenübergang", bei dem die Energiedichte (des dominierenden Higgs-Feldes) eine Zeitlang konstant bleibt.

FRIEDMANN - LEMAITRE:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho = \text{constant}$$

[Formel ist das äquivalent zur Annahme eines dominierenden $\Lambda \neq 0$!]

$$\rightarrow \dot{R}(t) = \left(\frac{8\pi G \rho}{3}\right)^{\frac{1}{2}} R(t)$$

Lösung: $R(t) = R(t_1) \cdot e^{(t-t_1)/\tau}$

• Inflation - Theorie

XII. 23

Probleme:

- Ereignishorizont im Frühen Kosmos viel kleiner als heute $\rightarrow$ Homogenität der 3K-Strahlung unerklärlich
- Warum war $\Omega(t)$ am Anfang so genau bei 1?

mit $\tau = \left(\frac{3}{8\pi G \rho}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{H(t)}$,

also $\approx$ dem damaligen "Weltalter" von $\approx 10^{-35} \text{ s}$

Wenn diese Phase z.B. 100τ anhält (bis $t = 10^{-33} \text{ s}$):

$$R(t) = R(t_1) \cdot e^{100} = R(t_1) \cdot 10^{43} \quad !$$

Konsequenzen:

- Vor der Inflation umfasste der Ereignishorizont größere Teile des Kosmos als heute

- Die Inflation stellt $\Omega \rightarrow 1$

vergl. XII.11 :

$$|\Omega(t) - 1| \propto R^{n-2}$$

$$\text{für } \rho \propto R^{-n}$$

wobei $n=3$ Materiekosmos
 $n=4$ Strahlungskosmos
 $n=0$ Inflation

$$\text{also } |\Omega(t) - 1| \propto R^{-2}$$

→ während R um 10^{30} oder mehr wächst,
 wird $\Omega=1$ auf 60 Stellen genau!

Das Drehbuch der Schöpfung

Unser heutiges Universum enthält:

5% bekannte Materie

27% unbekannte "Dunkle Materie"

68% unbekannte "Dunkle Energie"

