Übungsblatt 7

(Ausgabe 06.07.2009, Abgabe 16.07.2009)

1. Aufgabe *Wachstum Schwarzer Löcher* (2 Punkte)

Das Standardmodell für Aktive Galaxienkerne (AGNs) nimmt an, dass die extrem hohen Leuchtkräfte von AGNs ($L_{\mathrm{AGN}} = 10^{44} \dots 10^{46}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}$) durch gravitativen Einfall von Materie erzeugt werden, die sich in einer Akkretionsscheibe um ein Schwarzes Loch auf hohe Temperaturen erhitzt. Dabei wird etwa $\frac{1}{10}$ der Ruhenergie $E = mc^2$ frei, d.h., die Effizienz dieses Prozesses ist mit $\eta \approx 0.1$ etwa eine Größenordnung höher als die des Wasserstoffbrennens in Sternen.

(a) Leiten Sie die zeitliche Massenzunahme des Schwarzen Loches bei gegebener Leuchtkraft L her (Angaben in den üblichen Einheiten L in $\mathrm{L_\odot}$ und $\dot{M}$ in $\mathrm{M_\odot\,yr^{-1}}$). (1 Punkt)

(b) Welche Masse (in $\mathrm{M_\odot}$) muss einem Schwarzem Loch jährlich zugeführt werden, damit es eine Leuchtkraft von $L_{\mathrm{AGN}} = 2.5 \times 10^{12}\,\mathrm{L_\odot}$ erreicht? (1 Punkt)

2. Aufgabe *Eine Galaxie als Linse* (6 Punkte)

Im Unterschied zu Mikrolinsenereignissen, bei denen die Linse als Punktmasse behandelt werden kann, muss man für Gravitationslinsenobjekte wie Galaxien oder Galaxienhaufen deren Massenverteilung berücksichtigen. Ein Modell hierfür ist die Singuläre Isotherme Sphäre (SIS) mit einer Massendichteverteilung

$$\varrho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G}\frac{1}{r^2} \tag{1}$$

(Geschwindigkeitsdispersion σ_v^2), die einem sphärisch symmetrischen selbstgravitierenden idealen Gas konstanter Temperatur entspricht (die "Gasteilchen" sind dann Galaxien oder Sterne).

Da die Ablenkwirkung einer Gravitationslinse i.a. nur einen sehr kleinen Teil des gesamten Lichtweges betrifft, verwendet man häufig die "Dünne-Linse"-Näherung. Dabei projiziert man die Massenverteilung der Linse entlang der Sichtlinie auf eine Ebene (Linsenebene), so dass sich eine Oberflächenmassendichte $\Sigma(u)$ ergibt, die gegeben ist durch $\Sigma(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varrho(r)dz$, wobei z die Sichtlinie zur Quelle darstellen soll. Die Masse $M(u)$ ist dann die Masse, die sich innerhalb des Radius u in der Linsenebene befindet, also das Integral über $\Sigma(u)$. Der Ablenkwinkel ist dann näherungsweise gegeben durch

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM(u)}{c^2 u} \tag{2}$$

(a) Berechnen Sie den Ablenkwinkel $\hat{\alpha}$ (im Bogenmaß) für eine typische Dispersionsgeschwindigkeit von $\sigma_v = 220\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. (4 Punkte)

(b) Welche Geschwindigkeit hätten Testteilchen, die sich auf Kreisbahnen in der SIS bewegen? Nutzen Sie dafür $M(r)$, welche sich durch Volumenintegration (Kugelkoordinaten) der Gl. (1) ergibt. (2 Punkte)

3. Aufgabe *Kritische Dichte* (2 Punkte)

Wenn die Dichte im Universum im Durchschnitt mindestens der kritischen Dichte ρ_c entspricht, endet es als Big Crunch. Dies könnte z.B. der Fall sein, wenn Neutrinos eine ausreichend große Masse haben. Berechnen Sie die Mindestmasse von Neutrinos, die zu einem Big Crunch führen würde. Nehmen Sie an, dass die Neutrinodichte $\rho_\nu = 600\,\mathrm{cm}^{-3}$ beträgt und die Dichte der restlichen Masse ein Zehntel der kritischen Dichte ausmacht. Die kritische Dichte berechnet sich aus

$$\rho_\mathrm{c} = \frac{3H^2}{8\pi G} \tag{3}$$

mit der Hubble-Konstanten $H = 74\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ und der Gravitationskonstanten G.