

Übungsblatt 4

(Ausgabe 25.05.2009, Abgabe 04.06.2009)

1. Aufgabe *Statistischer Messfehler* (6 Punkte)

Teil 1: Ein Stern wird mit einem Teleskop von 2.2m Durchmesser mit einem V-Filter (Durchlassbereich etwa von 4500 bis 5500 Å) beobachtet, um seine Helligkeit genau zu bestimmen.

Der Stern habe die scheinbare Helligkeit im V-Band von $m_V = 23$ mag. Dies entspricht einem Strahlungsstrom von etwa $f_\lambda = 2 \times 10^{-18} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Å}^{-1}$.

Etwa die Hälfte der Photonen geht in der Optik oder dem CCD-Detektor verloren, die andere Hälfte wird registriert.

Die Belichtung läuft für eine Zeit t_{exp} . Danach wird das CCD ausgelesen und die Zahl der im Bereich des Sternscheibchens registrierten Photonen ermittelt.

Eine Wiederholung der Beobachtung würde nicht notwendigerweise die gleiche Zahl ergeben, da die Photonen in statistischer Folge ankommen. Angenommen, man würde die Messung oft wiederholen:

- (a) Wieviel Photonen pro Belichtung werden im Mittel registriert (Erwartungswert)?
- (b) Wie sind die Messwerte statistisch verteilt?
- (c) Wie lange muss man belichten, um eine Messgenauigkeit (Standardabweichung) von 1% zu erzielen?
- (d) Wie lange muss man belichten, um eine Messgenauigkeit (Standardabweichung) von 1% zu erzielen, wenn der Stern statt der Helligkeit von 23 mag eine Helligkeit von (a) 18 mag (b) 28 mag aufweist?

Hinweise: Poisson-Verteilung, Gauss-Verteilung

Teil 2: Auf den Bereich des Detektors, der von dem Seeing-Scheibchen des Sterns bedeckt ist, treffen auch Photonen aus dem diffusen Leuchten des Nachthimmels. Diese Photonen werden also zwangsläufig zusammen mit den Photonen des Sterns registriert.

Der Nachthimmel hat unter optimalen Bedingungen (keinerlei Lichtverschmutzung, minimale Sonnenaktivität) eine Flächenhelligkeit im V-Band von 22.0 mag pro Quadrat-Bogensekunde. Der Bereich auf dem Detektor, den das Sternscheibchen bedeckt, entspricht unter durchschnittlichen Seeing-Bedingungen etwa gerade der Fläche von einer Quadrat-Bogensekunde.

Die Zahl der Hintergrund-Photonen wird in "quellenlosen" Bereichen des CCD-Bildes gemessen und von der Gesamtzahl der im Bereich des Sternscheibchens registrierten Photonen subtrahiert. Sie geht daher in die Messunsicherheit ein.

- (a) Wieviele Photonen des Himmelshintergrundes werden unter den genannten Bedingungen zusammen mit den Stern-Photonen registriert (Erwartungswert)? Wie groß ist die statistische Schwankung dieser Zahl?

- (b) Wie lange muss man die Sterne von 18 mag, 23 mag und 28 mag belichten, um eine Messgenauigkeit von 1% zu erreichen, wenn man zusätzlich zum ersten Teil der Aufgabe den statistischen Fehler durch den Himmelshintergrund berücksichtigt?

2. Aufgabe *Spektrographen* (4 Punkte)

Der Sonnen-Spektrograph im Einsteinturm hat eine Spektrographengitter von etwa 30 cm Kantenlänge und 632 Rillen pro mm, das von einer langbrennweitigen Linsenoptik voll ausgeleuchtet wird. Man informiere sich über die Theorie vom Auflösungsvermögen eines Spektrographen. Wie dort gezeigt wird, ist die spektrale Auflösung $\lambda/\Delta\lambda = m N$, wobei N die Zahl der ausgeleuchteten Gitterfurchen angibt und m die Ordnung, in der der Spektrograph betrieben wird (am Einsteinturm z.B. $m = 1$).

Wie groß ist also das theoretische Auflösungsvermögen am Einsteinturm? Kann man damit im Prinzip folgende Effekte messen,

- (a) die durch die thermische Bewegung verursachte Breite einer Eisen-Linie?
- (b) die Doppler-Verschiebung am Sonnenrand durch die Rotation der Sonne?
- (c) die Verschiebung einer Spektrallinie im Bereich eines Sonnenflecks durch den Zeeman-Effekt, wenn die magnetische Feldstärke 1 kG (Kilogauss) beträgt? Eine dafür geeignete Spektrallinie ist die Linie von Fe I bei 6302.5 \AA mit einem Landé-Faktor von $g = 2.5$.
- (d) die Gravitations-Rotverschiebung?