Übungsblatt 5

(Ausgabe 04.12.2014, Abgabe 15.12.2014)

1. Aufgabe *Planetenatmosphären* (5 Punkte)
Eine Planeten- bzw. Satellitenatmosphäre soll stabil genannt werden, wenn für die mittlere Geschwindigkeit v_m der Gaspartikel gilt: $v_m < v_F/5$, mit v_F = Fluchtgeschwindigkeit von der Oberfläche.

(a) Man bestimme für Mars und Titan das Verhältnis v_m/v_F unter Verwendung folgender Daten: (2 Punkte)

	Radius R [km]	Masse M [kg]	Temperatur T[K]
Mars	3400	$6.46 \cdot 10^{23}$	258
Titan	2475	$1.37 \cdot 10^{23}$	93

(b) Diskutieren Sie nun die Stabilität für Atmosphären aus Wasserstoff H_2, Ammoniak NH_3, und Kohlendioxid CO_2. (3 Punkte)

Hinweis: Verwenden Sie die Maxwell-Boltzmann-Verteilung.

2. Aufgabe *Roche-Volumen* (4 Punkte)
Im Rahmen des reduzierten Dreikörperproblems ist es sehr nützlich, den Einflussbereich der Schwerkraft um die jeweiligen Körper m_1, m_2 abzuschätzen. Dieser ist durch den Punkt L_1, der sich zwischen m_1 und m_2 befindet, als sogenannte Hill-Sphäre mit Radius $\overline{m_i\, L_1}$ gegeben. Die Hill-Sphäre liefert eine Näherung für das Roche-Volumen um m_i (auf dessen Oberfläche das Roche-Potenzial den Wert $\Phi(L_1)$ annimmt): Körper innerhalb des Roche-Volumens werden zu m_i gezogen.

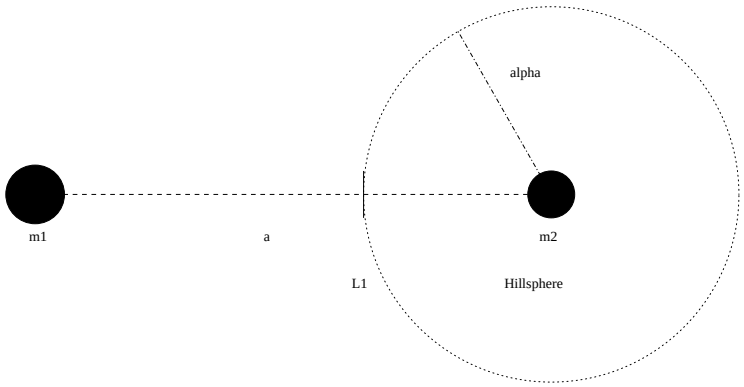

Abbildung 1: Hill-Sphäre

(a) Bezeichnet a den Abstand zwischen m_1 und m_2, so ist der Radius α der Hill-Sphäre von m_2 (in niedrigster Ordnung) gegeben durch:

$$\alpha \approx a\sqrt[3]{\frac{1}{3}\frac{m_2}{m_1}} \tag{1}$$

Befindet sich der Erdenmond innerhalb der Hill-Sphäre der Erde im System Sonne-Erde? Was bedeutet das Ergebnis? (1 Punkt)

(b) β Lyrae AB ist ein Doppelsternsystem mit einer Umlaufdauer von 12.94 d. Stern A hat einen Radius von $19\,R_\odot$ bei einer Masse von ca. $2\,M_\odot$ und Stern B einen Radius von $15\,R_\odot$ bei einer Masse von $12\,M_\odot$. Man weiß, dass es zwischen beiden Sternen einen Massenaustausch gibt. Ein Stern kann dann Material an seinen Partner abgeben, wenn er sein Roche-Volumen ($\approx$ Hill-Sphäre) ausfüllt. Ermitteln Sie mithilfe der *genannten Daten* und Gl. (1), in welche Richtung(en) der Massenaustausch stattfindet. (3 Punkte)

3. Aufgabe *Roche-Grenze* (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie von der differentiellen Wirkung der Gravitationskraft (Gezeitenkräfte) auf einen ausgedehnten Körper gehört. Untersuchen Sie, unter welchen Bedingungen der Körper („Satellit“) durch Eigengravitation zusammenhalten kann.

Denkt man sich dazu den Satelliten aus zwei gleichen Körpern der Massen m und Radien r im Abstand d von einem Körper der Masse M mit Radius R, so gibt es einen Abstand d_R (Roche-Grenze), unterhalb dessen die Gezeitenkraft infolge der Masse M stärker ist als die gravitative Anziehung der Massen m untereinander und der Satellit somit zerbrechen würde.

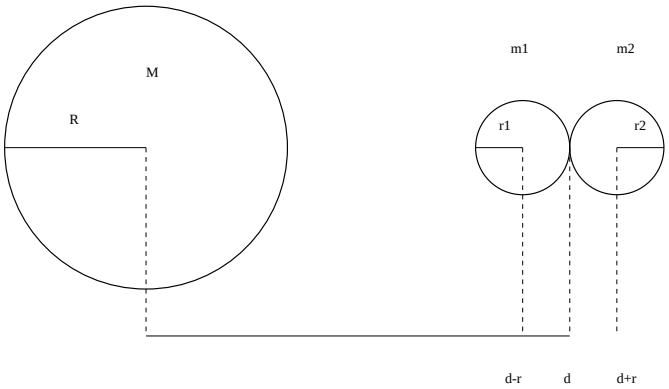

Abbildung 2: Roche-Grenze

(a) Zeigen Sie, dass dann - unter Vernachlässigung von Rotation - die Roche-Grenze gegeben ist durch

$$d_\mathrm{R} = \sqrt[3]{16 r^3 \frac{M}{m}} \tag{2}$$

Berücksichtigen Sie wegen $r \ll d$ bei der Herleitung nur Terme 1. Ordnung in (r/d). (2 Punkte)

(b) Berechnen Sie d_R in Einheiten von $R_\saturn$ für einen Saturnmond mit $\varrho = 1.1\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$. Die Dichte des Saturns beträgt $\varrho_\saturn = 0.7\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, benutzen Sie diese Daten zur Lösung, modifizieren Sie ggf. Gl. (2).

Vergleichen Sie diesen Wert mit der Beobachtung, dass die Saturnringe zwischen 1.2 und $2.3\,R_\saturn$ liegen, und interpretieren Sie. (2 Punkte)