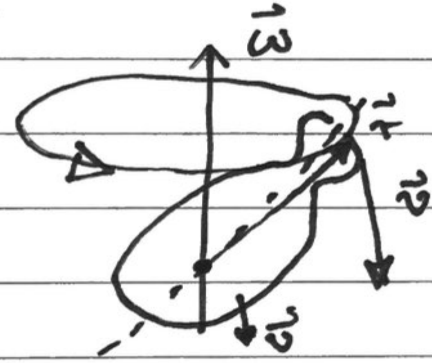
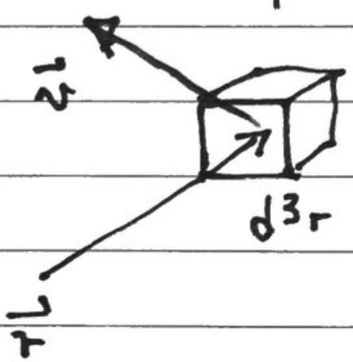
Exp. physik $E_{rot} = \frac{1}{2} J \omega^2$

$E_{tran} = \frac{1}{2} m v^2$

$$E_r = \frac{1}{2} \int \underbrace{dV \, \rho}_{dm} \, (\vec{\omega} \times \vec{r})^2$$!

dm





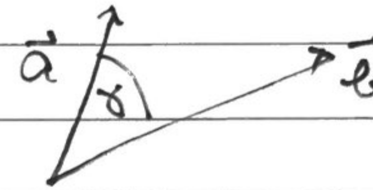
starre Rotat.

$v \sim r$

$|\vec{v}| = |\vec{\omega}||\vec{r}|$

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

$$a^2 b^2 \sin^2\gamma = a^2 b^2 - a^2 b^2 \cos^2\gamma$$



$$E_r = \frac{1}{2} \int dV \rho \left[\omega^2 r^2 - (\vec{\omega} \cdot \vec{r})^2\right]$$

so für jeden starren Körper & für jedes $\vec{\omega}$. Können wir St. Kö. & $\vec{\omega}$ trennen?

$$= \frac{1}{2} \int dV \rho \left[\omega^2 r^2 - (\vec{\omega} \cdot \vec{r})(\vec{r} \cdot \vec{\omega})\right]$$

$$= \frac{1}{2} \int dV \rho \left[r^2 \vec{\omega} \cdot \mathbb{1} \cdot \vec{\omega} - \vec{\omega} \cdot (\vec{r} | \vec{r}) \cdot \vec{\omega}\right]$$

$$= \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \underbrace{\left(\int dV \rho \left[r^2 \mathbb{1} - \vec{r} | \vec{r}\right]\right)}_{\text{Trägheitstensor}} \cdot \vec{\omega}$$

Dyadisches Produkt
= Tensorprodukt für
2 Komponenten

$$A_{ijklmnop} = B_{ijk} C_{lmnop}$$

$$A_{ij} = u_i v_j \qquad \vec{u} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \,|\, \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x v_x & u_x v_y & x_x v_z \\ u_y v_x & u_y v_y & u_y v_z \\ u_z v_x & u_z v_y & u_z v_z \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 12 & 15 & 18 \end{pmatrix}$$

$[\vec{a}\cdot\vec{x}]$
$(\vec{b}\cdot\vec{y})$
$(c\cdot\vec{z})$

$= f(\vec{x},\vec{y},\vec{z},\ldots)$

$(\vec{a}\otimes\vec{b}\otimes\vec{c}\ldots)\;(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}\ldots)\cdot(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}\ldots)$

$\vec{a}\otimes\vec{b}\otimes\vec{c}$ WIKI

$\vec{a}|\vec{b}|\vec{c} \quad \vec{a}\vec{b}\vec{c}$

Def dyad. Prod. $(\vec{a}\otimes\vec{b})\cdot\vec{c}$

$$(\vec{a} \,|\, \vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}(\vec{b}\cdot\vec{c})$$

&

$$\vec{d}\cdot(\vec{a}\,|\,\vec{b}) = (\vec{d}\cdot\vec{a})\vec{b}$$

ergo

$$\vec{d}\cdot(\vec{a}\,|\,\vec{b})\cdot\vec{c} = (\vec{d}\cdot\vec{a})(\vec{b}\cdot\vec{c})$$

siehe vorhin

$$\vec{\omega}\cdot(\vec{r}\,|\,\vec{r})\cdot\vec{\omega} = (\vec{\omega}\cdot\vec{r})\,|\,(\vec{r}\cdot\vec{\omega})$$

Trennlinie Trennlinie

$$\vec{\omega}\cdot(\vec{r}\otimes\vec{r})\cdot\vec{\omega}$$

$$\vec{\omega}\cdot(\vec{r}\,\vec{r})\cdot\vec{\omega} \qquad u_i\, u_i$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$c_i = \sum_{j,k} \varepsilon_{ijk} \underbrace{a_j b_k}$$

$$\equiv \varepsilon : (\vec{a} | \vec{b}) \quad \text{(Einstein)}$$

$$\equiv \varepsilon(\vec{a}, \vec{b})$$

∴ vorläufig beste Schreibweise

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} | \vec{c}) \cdot \vec{d}$$

Tensorpr.

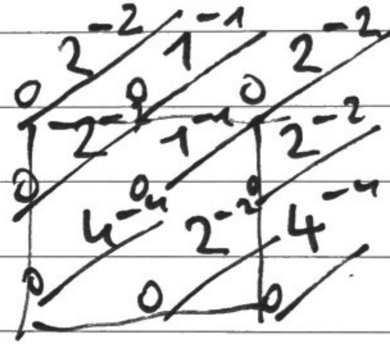
Skalarpr.

später $(\vec{b} | \vec{c})\,(\vec{a}, \vec{d})$ wiki

$$\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c} = (a_i b_j c_k)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$



Array(_ , _ , _ , _ , _)

= Tensor

$$E_r = \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\int dV\,\rho\left(r^2\mathbb{1} - \vec{r}\otimes\vec{r}\right)\cdot\vec{\omega}$$

$$\vec{\omega}\cdot\mathbb{1}\cdot\vec{\omega} = \vec{\omega}\cdot\vec{\omega} = \omega^2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sei $T = \int dV\,\rho\left(r^2\mathbb{1} - \vec{r}\otimes\vec{r}\right)$

der Trägheitstensor

dann $E_r = \frac{1}{2}\,\vec{\omega}\cdot T\cdot\vec{\omega}$

Altdeutsch $\mathfrak{T}$ $\left(\overleftrightarrow{T}\right)$

↑

\sf T $A\,I$

↑

serifen

ü: $\vec{L} = \vec{\omega}\cdot T$

Drehimpuls

<u>Achtung</u> „$\vec{a}\,(\vec{b}\cdot\vec{c})$"

Physiker $[\vec{a}\otimes\vec{b}]\,(\vec{c})$

Mathematik $[\vec{a}\otimes\vec{b}]\,(\vec{c},\vec{d})$

$= (\vec{a}\cdot\vec{c})\,(\vec{b}\cdot\vec{d})$

bilde Skalarprodukt nächste Nachbarn

kombiniere 2 lineare Ordnungen

(Physiker)

a b c x y z

Math.

$[\vec{a}\times\vec{b}]\,(\_\,,\vec{c})$ ← Wiki

$= (\vec{b}\cdot\vec{c})\,\vec{a}$!

Kristallo ...